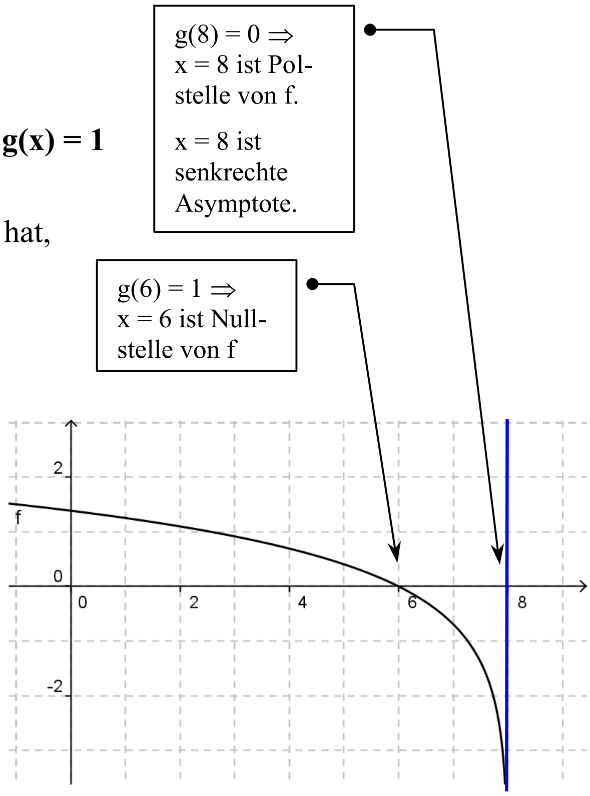
5. Verkettung von Funktionen : f(x) = ln(g(x))

Die Eigenschaften von f folgen aus den Eigenschaften der inneren Funktion g:

- Maximale Definitionsmenge D_{max}
  Weil die Definitionsmenge des Logarithmus $\mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$ ist,
  muss gelten: $\mathbf{g(x) > 0}$
- Verhalten an den Rändern des Definitionsbereiches:
  für $\mathbf{g(x) \to \infty}$ gilt auch: $\mathbf{f(x) \to \infty}$
  für $\mathbf{g(x) \to 0}$ gilt: $\mathbf{f(x) \to -\infty}$
  für $\mathbf{g(x) \to c}$ gilt: $\mathbf{f(x) \to \ln(c)}$; $\mathbf{c \in \mathbb{R}^+}$
- Nullstellen:
  Die Nullstellen von f sind diejenigen, für die gilt: $\mathbf{g(x) = 1}$
- HOP und TIP
  f(x) hat dort HOP/TIP, wo auch g seine HOP/TIP hat,
  sofern sie in D_{max} liegen.



Beispiel:
$f_1(x) = \ln(4 - 0{,}5x)$; $g(x) = 4 - 0{,}5x$
- $4 - 0{,}5x > 0 \Leftrightarrow x < 8 \Rightarrow D =]-\infty\,; 8[$
- für $x \to -\infty$: $g(x) \to \infty \Rightarrow f(x) \to \infty$
  für $x \to 8$: $g(x) \to 0 \Rightarrow f(x) \to -\infty$;
  Senkrechte Asymptote bei x =8
- $4 - 0{,}5x = 1 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow N(6|\,0)$
  Der Abstand zur senkrechten Asymptote ist 2,
  da f_1 einer um 2 gestauchten, um 2 nach links
  verschobenen ln-Funktion entspricht, die wegen
  $-0{,}5(\ \dots\ )$ an der y-Achse gespiegelt ist:
  $f_1(x) = \ln(-0{,}5(x+2))$

Aufgabe 1
Der Graph der innere Funktion g(x) ist eine Parabel, die durch die Punkte A(–5|–9), B(–3|–5) und C(9|–2) verläuft.

1.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm von g. (Zwerg: $g(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x - \frac{7}{8}$)

1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitels und zeichnen Sie den Graphen G_g für $x \in [0;8]$ in ein Koordinatensystem.

1.3 Ermitteln Sie die Eigenschaften von f = ln(g) und skizzieren Sie damit G_f. Bestimmen Sie die Wertemenge W_f von f.

Aufgabe 2
Skizzieren Sie den Graphen von ln(g(x)).